

| EQUAZIONE ALGEBRICA DI PRIMO GRADO | | |
|---|---|---|
| <p>Definizione: date due espressioni algebriche $A(x)$ e $B(x)$, nella variabile x, l'eguaglianza $A(x) = B(x)$, si chiama equazione algebrica nell'incognita x.</p> <p>Le due espressioni $A(x)$ e $B(x)$ si chiamano <i>membri</i> dell'equazione.</p> <p>Un'equazione algebrica di primo grado si presenta nella <i>forma normale</i> $ax = c$</p> | <p>Viene definita anche come predicato che risulta vero solo per particolari valori.</p> <p>$P(X)=0$ $Q(X,Y)=0$ $P(X) = Q(X)$</p> <p>I polinomi possono avere una sola variabile; i polinomi possono essere di vario grado;</p> | <p>1) $2(3-x)+(x-2)(x-3)=(x+2)(x+3)$</p> <p>2) $-3+(2x-3)(4x+1)=10(2x^2-x)-12x$</p> <p>3) $(x+4)-4(x+1)=3(x+1)-3x$</p> |
| <p>Risolvere significa determinare, se esistono, valori razionali per i quali $A(x)$ e $B(x)$ assumono lo stesso valore</p> | <p>Ogni numero razionale che, attribuito all'incognita x, fa assumere al primo membro dell'equazione lo stesso valore del secondo, si chiama soluzione dell'equazione. Si dice allora che una soluzione soddisfa una equazione se il valore sostituito nell'equazione stessa al posto dell'incognita, trasforma l'equazione in una identità.</p> <p>L'insieme delle soluzioni di una equazione è costituito da tutti e solo quei valori che verificano l'equazione.</p> <p>Risolvere una equazione significa determinare l'insieme delle soluzioni.</p> | <p>1) se $x=1$ $2(3-1)+(1-2)(1-3)=(1+2)(1+3)$ $4+2=12$ $6=12$ falso → 1 non è soluzione</p> <p>Se $x = \frac{1}{2}$</p> $2\left(3-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-2\right)\left(\frac{1}{2}-3\right)=\left(\frac{1}{2}+2\right)\left(\frac{1}{2}+3\right)$ $5-\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{5}{2}\cdot\frac{7}{2}$ $5+\frac{15}{4}=\frac{35}{4}$ $\frac{35}{4}=\frac{35}{4} \rightarrow \text{vero} \rightarrow \frac{1}{2} \text{ è soluzione}$ <p>Verifica se le uguaglianze 2 e 3 sono vere o false per i seguenti valori: $X=1, X = -1, X = 2, X = 0$</p> |
| <p>Definizione: ogni equazione che ammette come soluzione un qualsiasi numero razionale si dice una identità</p> | $4x - 2(1 - 2x) = 7(x + 1) + x - 9$ | <p>Prova a verificare che l'uguaglianza è vera per: $x = 1$ $x = -1$ $x = 0$ $x = 3$</p> |

| | | |
|--|--|--|
| <p>Condizioni di esistenza delle soluzioni di una equazione:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se $a \neq 0$ l'equazione si dice determinata (ammette una e una sola soluzione) • Se $a = 0$ e $c \neq 0$ l'equazione si dice impossibile o assurda (non ammette alcuna soluzione); • Se $a = 0$ e $c = 0$ l'equazione si dice indeterminata (ammette qualsiasi soluzione, ovvero infinite soluzioni). | <p>$3x = 6$</p> <p>$0x = 6$ È impossibile nel senso che questa eguaglianza non sarà mai vera perché qualsiasi numero moltiplicato per zero da zero</p> <p>$0x = 0$ È indeterminata perché qualsiasi numero rende vera l'eguaglianza</p> | |
|--|--|--|

| PROCEDURA ALGEBRICA PER RISOLVERE UNA EQUAZIONE DI PRIMO GRADO IN UNA INCOGNITA | | |
|---|--|--|
| Definizione | Due equazioni si dicono equivalenti se hanno le stesse soluzioni | |
| PRINCIPI DI EQUIVALENZA | <p>I) PRINCIPIO DELL' ADDIZIONE Se ai due membri di una equazione si aggiunge o si toglie uno stesso numero o una stessa espressione algebrica contenente l'incognita x, che si possa calcolare per ogni valore di x, si ottiene una equazione equivalente alla data.</p> <p>II) PRINCIPIO DELLA MOLTIPLICAZIONE O DIVISIONE Moltiplicando o dividendo ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero o per una stessa espressione algebrica contenente l'incognita (che si possa calcolare per ogni valore dell'incognita e che non si annulli mai), si ottiene una equazione equivalente alla data.</p> | <p>Quale conseguenza di questo principio vale il Principio del trasporto. Se in un'equazione si trasporta un termine da un membro all'altro, purché lo si cambi di segno, si ottiene una equazione equivalente alla data.</p> |

| CLASSIFICAZIONE DELLE EQUAZIONI | | |
|--|--|---|
| 1) Definizione di equazione intera | Un'equazione algebrica, nell'incognita x , si dice intera, quando i suoi membri sono polinomi nella variabile x | a) $3(x+1) - 3 = 12$ è numerica, intera, razionale |
| 2) Definizione di equazione frazionaria | Un'equazione algebrica si dice frazionaria o fratta, quando in uno almeno dei suoi membri vi sono delle frazioni che contengono l'incognita al denominatore. | b) $\frac{4}{x+1} = \frac{3}{x}$ è numerica, fratta, razionale |
| 3) Definizione di equazione numerica | Definizione: Un'equazione algebrica si dice numerica, quando al di fuori dell'incognita contiene solo numeri. | c) $2ax - x(3-a) = a(x+1)$ è letterale, intera, razionale |
| 4) Definizione di equazione letterale | Definizione: Un'equazione algebrica si dice letterale, quando, escluso l'incognita, contiene lettere che rappresentano valori numerici ben determinati | d) $\sqrt{2x+1} = x$ è numerica, intera, irrazionale |
| 5) Definizione di equazione razionale | Definizione: Un'equazione algebrica si dice razionale quando le incognite non fanno parte di qualche radicando | |
| 6) Definizione di equazione irrazionale | Definizione: Un'equazione algebrica si dice irrazionale quando le incognite fanno parte di qualche radicando | |

| PROCEDURA PER LA RISOLUZIONE | | |
|--|--|--|
| 1) Esegui i calcoli indicati nelle due espressioni | $3(x+1) - 3 = 12$ $3x + 3 - 3 = 12$ | |
| 2) Applica il principio del trasporto | $3x = -3 + 3 + 12$ | |
| 3) Riduci nella forma normale $ax = c$ | $3x = 12$ | |
| 4) Applica il secondo principio | $\frac{3}{3}x = \frac{12}{3}$ $x = 4$ | |

PROCEDURA PER LA RISOLUZIONE di un'equazione con coefficienti fratti

| | | |
|---|---|--|
| <p>1) Esegui i calcoli indicati nelle due espressioni</p> | $\frac{1}{5}(x+1) - \frac{1}{5} = 2$ $\frac{1}{5}x + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 2$ | $\frac{2x+3}{6} - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{6}$ <p>Non ci sono calcoli da eseguire</p> <p>Riduco tutto allo stesso denominatore</p> |
| <p>2) Riduco allo stesso denominatore</p> | <p>Siccome c'è un unico denominatore provo ad applicare il principio del trasporto e osservo se posso eseguire dei calcoli</p> $\frac{1}{5}x = -\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + 2$ $\frac{1}{5}x = 2$ | $\frac{2x+3}{6} - \frac{2(x+1)}{6} = \frac{1}{6}$ <p>Moltiplico tutti i termini per 6</p> $2x+3 - 2x+1 = 1$ $4 = 1$ <p>impossibile</p> |
| <p>3) Riduci nella forma normale $ax = c$</p> | $\frac{1}{5}x = 2$ | <p>Posso eseguire la riduzione allo stesso denominatore con un'unica frazione</p> $\frac{2x+3 - 2(x+1)}{6} = \frac{1}{6}$ |
| <p>4) Applica il secondo principio</p> | $5 * \frac{1}{5}x = 2 * 5$ $x = 10$ | |

ALTRO ESEMPIO

| | |
|--|---|
| <p>1) Esegui i calcoli indicati nelle due espressioni</p> | $\frac{3}{5}(X+1) = -\frac{9}{2} \left[\frac{5}{3} \left(\frac{X}{5} - 1 \right) + \frac{X+1}{5} - \frac{1-3X}{3} \right]$ $\frac{3}{5}x + \frac{3}{5} = -\frac{9}{2} \left(\frac{x}{3} - \frac{5}{3} + \frac{x+1}{5} - \frac{1-3x}{3} \right)$ $\frac{3}{5}x + \frac{3}{5} = -\frac{3}{2}x + \frac{15}{2} - \frac{9x+9}{10} + \frac{3-9x}{2}$ |
| <p>2) Riduco allo stesso denominatore che eliminerò applicando il II principio</p> | $\frac{6x+6}{10} = \frac{-15x+75-9x-9+15-45x}{10}$ $6x+6 = -15x+75-9x-9+15-45x$ $6x+15x+9x+45x = -6+75-9+15$ $75x = 75$ $X = 1$ |