ATTIVITÀ : CALCOLI NUMERICI

Quadrati magici
(attività da svolgere senza CT)

Un quadrato magico 3 × 3 è un quadrato di 9 caselle, contenente (una volta sola) tutti i numeri da 1 a 9 in modo che la somma dei numeri di ogni riga, di ogni colonna e di ogni diagonale sia sempre la stessa. Questa somma si chiama costante magica.

a) Controlla che il quadrato rappresentato di fianco sia magico di costante magica 15.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

b) Completa il quadrato magico di fianco
(qual è la sua costante magica?):

		2
	5	7
8		

c) **Esistono anche quadrati magici 4 × 4 , 5 × 5 ; … , n × n .**
La costante magica di un quadrato n × n può essere calcolata con la seguente formula:
costante magica = $[n \cdot (n^2 + 1)]: 2$
Per esempio, in un quadrato magico 3 × 3, la costante magica è:
costante magica = $[3 \cdot (3^2 + 1)]: 2 = 15$
Trova la costante magica di un quadrato 4 × 4 e di un quadrato 5 × 5.

d) Completa il seguente quadrato magico 4 × 4 :

7		1	
2		8	11
	3		5
		15	

e) Completa il seguente quadrato magico 5 × 5 :

11		7		3
4		25		
	5	13	21	
	18		24	22
23	6		2	

f) Completa il seguente quadrato magico 6 × 6 :

		6	26	19	24
3	32	7		23	25
31		2	22	27	
	28	33	17	10	
	5		12	14	16
4	36	29		18	

1 Calcolo con espressioni numeriche

Enunciazione

Data una situazione che comporta la presenza di un'espressione numerica con numeri naturali o con numeri decimali finiti, saperla affrontare sfruttando le proprietà del calcolo e secondo varie modalità:
- in casi particolari stimare il risultato;
- calcolare il risultato con o senza calcolatrice;
- costruire un'espressione rispettando determinate condizioni date;
- tradurre un problema in un'espressione numerica.

Esempi

1) Calcolo mentale:

$123 + 58 =$	$76 - 29 =$	$12 \cdot 7 =$	$2 \cdot 34 \cdot 5 =$
$23 \cdot 11 =$	$54 \cdot 99 =$	$62 : 5 =$	$30000 : 400 =$

2) Espressioni (senza calcolatrice):

$$3 \cdot \left\{14 - \left[2^2 + 12 \cdot (7 - 3 \cdot 2) - 3\right]\right\} - 6 : \left(3^3 : 9\right)$$

3) Espressioni (con calcolatrice):

$$2{,}24 + \left[3{,}132 - \left(10{,}02 + 4{,}1 \cdot 0{,}045\right)\right]$$

4) Stima senza usare la calcolatrice: se ogni mese guadagno 6448,80 E e spendo 915,40 E per le tasse, 751,75 E per la cassa malati, 1397,60 E per l'affitto, 345 E per polizze di assicurazioni, cosa mi rimane per vivere?

5) Risolvi con una sola espressione:
Piero confeziona 8 pacchetti regalo contenenti ognuno:
- 2 candele che costano 4 E l'una;
- 6 arance che costano 0,50 E l'una;
- 10 cioccolatini che costano 0,60 E l'uno.

Calcola quanto spendo in tutto.

Un metodo interessante

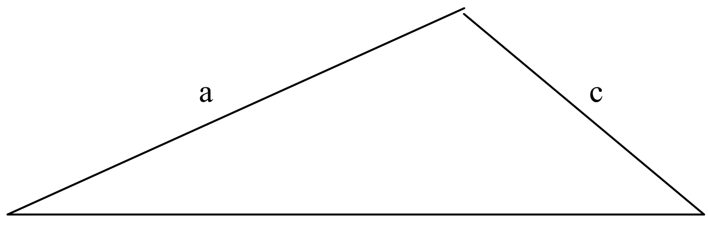
Già quasi duemila anni fa, il matematico e ingegnere Erone di Alessandria scoprì un metodo particolare per calcolare l'area di un triangolo qualsiasi, conoscendo la lunghezza dei suoi lati.

Procedimento

Esempio

1. Si misurano i lati del triangolo:

a = 6,5 cm
b = 7,2 cm
c = 4,3 cm



2. Si calcola la misura del perimetro P e poi quella del semiperimetro S (ossia la metà di P):

P = 6,5 + 7,2 + 4,3 = 18 (cm)
S = 18 : 2 = 9 (cm)

3. Si eseguono le seguenti operazioni:

S − a
S − b
S − c
9 − 6,5 = 2,5 (cm)
9 − 7,2 = 1,8 (cm)
9 − 4,3 = 4,7 (cm)

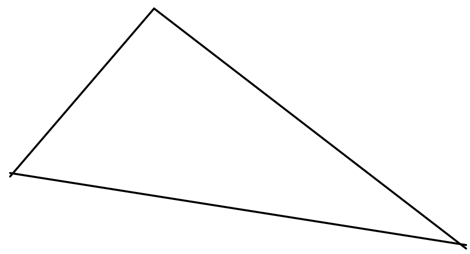
4. Si moltiplicano i risultati ottenuti tra di loro e per S:

$2{,}5 \cdot 1{,}8 \cdot 4{,}7 \cdot 9 = 190{,}35$ (cm^4)

5. Si calcola la radice quadrata del risultato appena ottenuto e si trova l'area del triangolo A:

$A = \sqrt{190{,}35} \cong 13{,}80$ (cm^2)

a) Ora prova tu:



1. Misura i lati del triangolo:

a = ………..
b = ………..
c = ………..

2. Calcola la misura del perimetro P : ________________________________
e quella del semiperimetro S : ________________________________

3. Esegui le seguenti operazioni:

S − a ____________________________
S − b ____________________________
S − c ____________________________

4. Moltiplica i risultati ottenuti tra di loro e per S: ________________________________

5. Calcola la radice quadrata del risultato appena ottenuto e trova l'area del triangolo A: ______________________________

b) Trova l'area del triangolo precedente con lo stesso metodo ma scrivendo una sola espressione.

____

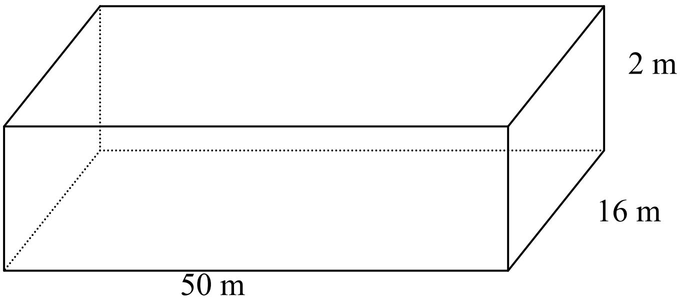
c) Controlla il risultato ottenuto usando la formula dell'area che conosci.

____

d) Rifacendoti al metodo di Erone, scrivi la formula dell'area di un triangolo aventi i lati lunghi a, b e c utilizzando anche la lettera S (per la misura del semiperimetro).
A = …………………………………………………………………………………………

Ma quanto beviamo ...

Un adulto, in media, necessita di circa 3 litri di liquidi ogni giorno (per vivere in salute).
Oltre a quello che beviamo, parte di questi liquidi è contenuto nel cibo che mangiamo.
Per renderci conto di quanta acqua potremmo bere lungo tutta la durata della nostra vita, immaginiamo di avere una piscina olimpionica (lunga 50 m, larga 16 m e profonda 2 m) contenente acqua potabile.



Per rispondere alle seguenti domande, esprimi i tuoi calcoli con una sola espressione, utilizzando solo i numeri dati dal problema

a) Se la piscina fosse colma di acqua e una persona ne bevesse 3 litri ogni giorno, in quanti anni la vuoterebbe?
b) Se il livello dell'acqua contenuta nella piscina fosse inferiore di 30 cm rispetto al bordo, e una persona ne bevesse 3 litri ogni giorno, in quanti anni la vuoterebbe?
c) Se la piscina fosse colma di acqua e una persona assumesse 1,4 litri di liquidi tramite il cibo, mentre per il rimanente del fabbisogno giornaliero (3 litri) bevesse l'acqua della piscina, in quanto tempo la vuoterebbe?

2 Problemi aritmetici

Enunciazione

Data una situazione-problema (anche extra-matematica) che concerne le quattro operazioni, scegliere le operazioni che permettono di rispondere a determinate domande, organizzare il calcolo volto a determinare le soluzioni, approssimare (se necessario) ogni termine numerico ad un numero intero opportuno, eseguire mentalmente il calcolo della stima del risultato, determinare il risultato e presentare la risoluzione con le necessarie spiegazioni.

Esempi

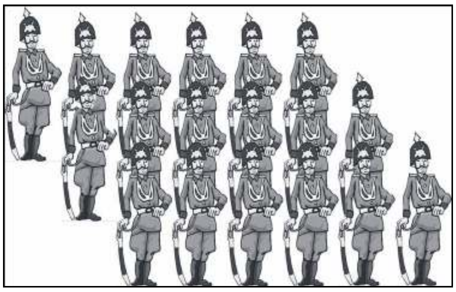
1)

Ho pagato 12,60 € per comperare 300 g di carne secca e 16,80 € un pezzo di formaggio di 700 g.
Calcola quanto spenderei se comprassi 800 g di quella carne secca e 650 g di quel formaggio.

2)
Un autocarro, carico di sbarre di ferro di 400 kg ciascuna, ha una massa totale di 26 t. Se l'autocarro vuoto ha una massa di 12 t, calcola quante sbarre di ferro trasporta.
3)
Luca ha in tasca 555 Euro in banconote da 100, 50, 20, 10 e 5 Euro.
i) Se il numero di banconote di ogni tipo è lo stesso, quante banconote ha in tasca in totale?
ii) In cambio dei 555 Euro Marco gli offre 800 Fr. Sapendo che 1 Euro vale 1,56 Fr stima (senza usare la calcolatrice) se l'offerta è vantaggiosa per Luca.

Soldati

All'appello del mattino, il capitano Klug (dell'esercito svizzero) ordina ai suoi soldati di disporsi su dei ranghi, in modo di ottenere sempre una formazione rettangolare (ossia i ranghi devono avere lo stesso numero di soldati). Non importa il numero di ranghi e il numero di soldati su di un rango.

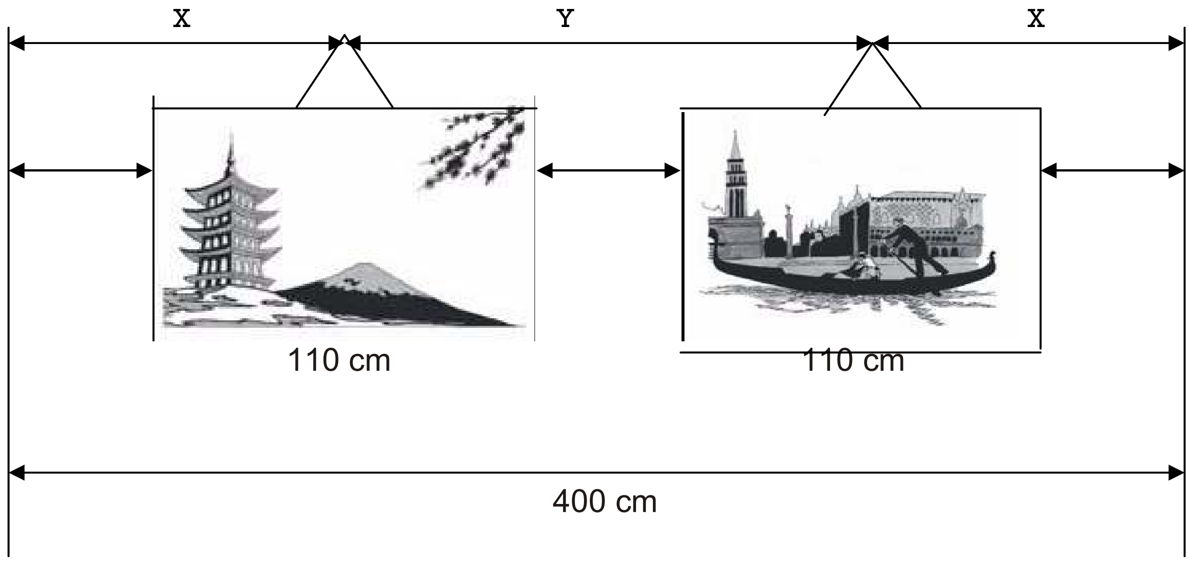


a) Lunedì mattina si presentano sul piazzale tutti i soldati, che in totale sono 72: elenca tutte le possibilità che esistono per i soldati di disporsi secondo la regola del capitano Klug.
b) Martedì mattina, per contro, non si presentano 2 soldati, che si sono ammalati: elenca tutte le possibilità che esistono per i soldati di disporsi secondo la regola del capitano Klug.
c) E' sempre vero che diminuendo il numero dei soldati diminuiscono le possibilità? Prova ad esempio con 60 soldati.
d) Mercoledì mattina tutti i soldati si presentano sul piazzale. Suddividendoli secondo la loro lingua madre, avremmo:
- 9 soldati di lingua madre romancia;
- 15 soldati di lingua madre italiana;
- 21 soldati di lingua madre francese;
- 27 soldati di lingua madre tedesca.

Il capitano Klug vuole che si dispongano secondo la sua regola, ma aggiungendo che su un rango devono esserci solo soldati che hanno la stessa lingua madre.
Trova quanti possibili rettangoli si possono formare.

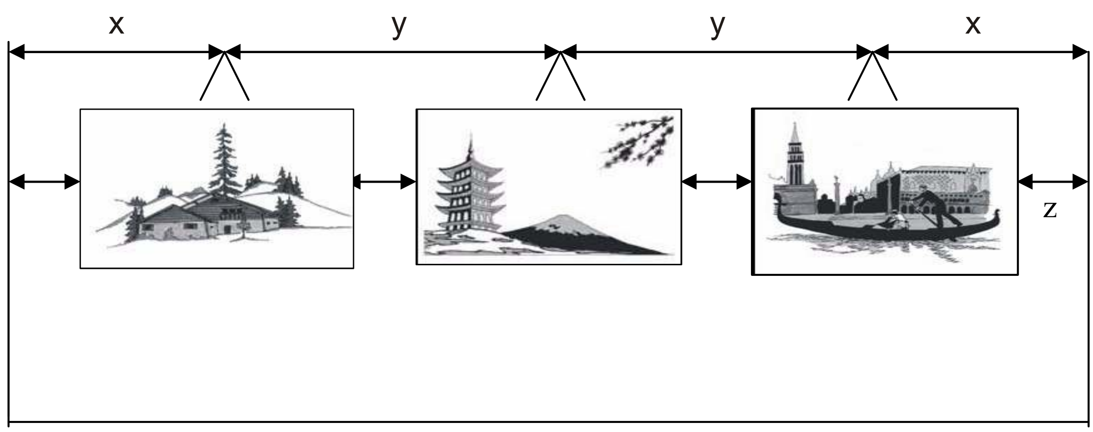
Appendere quadri alla parete

a) Supponiamo di avere due quadri ad un solo gancio e di uguali dimensioni e di volerli appendere
ad una parete larga 4 m in modo che la distanza tra un quadro e l'altro (indicata nel disegno con
"z") sia uguale alla distanza dei due quadri dalle pareti laterali.

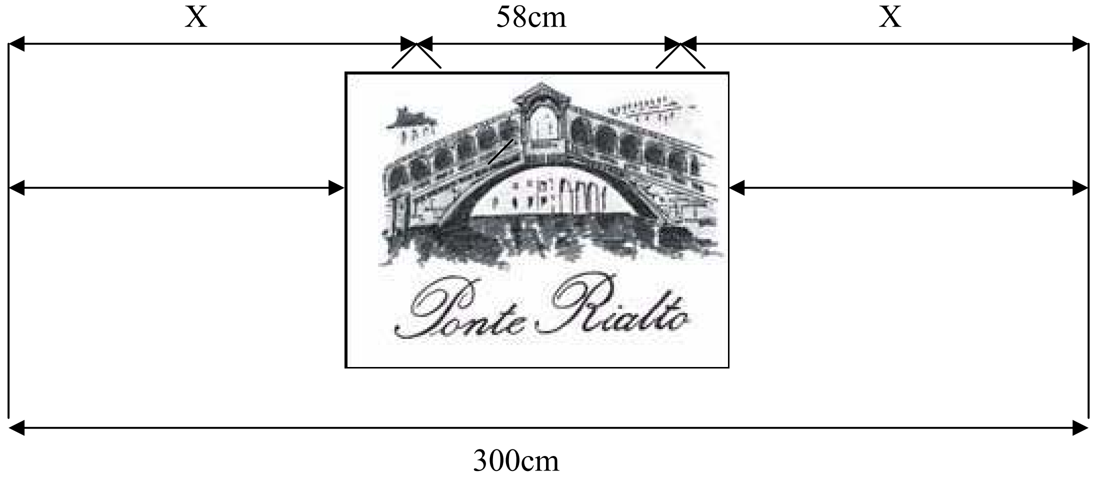


Calcola le misure x, y e z , sapendo che la larghezza dei due quadri è di 110 cm.

b) Supponiamo ora di voler appendere alla stessa parete 3 quadri con un solo gancio e di uguali dimensioni (larghi 110 cm), in modo che la distanza tra un quadro e l'altro sia uguale alla distanza dei due quadri esterni dalle pareti laterali. Calcola le misure x, y e z.



c) Supponiamo di avere un quadro a due ganci, posti in modo simmetrico sul quadro.
Il quadro è largo 80 cm, la distanza tra i due ganci è di 58 cm e la parete è larga 3 m.
Calcola le misure x e z, se si vuole appendere il quadro esattamente nel centro della parete.



I migliori studenti

In un liceo si hanno a disposizione 5'000 E per premiare gli studenti che hanno ottenuto un punteggio superiore a 90 punti nell'esame finale. Gli studenti che hanno superato i 90 punti sono 10:

	Nome	Punteggio
1	Alberto	100
2	Bruno	100
3	Cinzia	100
4	Daniela	99
5	Elio	98
6	Francesca	97
7	Giorgio	96
8	Hans	94
9	Ilenia	92
10	Luca	91

Per distribuire il premio si è pensato di procedere così:
verrà pagato a ognuno dei primi (ossia a tutti coloro per cui è possibile) un abbonamento per i mezzi pubblici del valore di 386 E.
Ciò che rimane dei 5'000 E verrà suddiviso tra gli studenti rimanenti in modo che ognuno riceva esattamente la stessa quantità di denaro.
a) Quali sono gli studenti che potranno ricevere l'abbonamento per i mezzi pubblici?
b) Quanto riceverà ognuno degli studenti rimanenti?
c) Quanto rimarrà nelle casse della scuola?
d) Rispondi alle domande a), b) e c) nel caso in cui l'abbonamento per i mezzi
pubblici costasse 400 E.
e) Quanto rimarrebbe nelle casse della scuola, se si decidesse di pagare
l'abbonamento pieno di 386 E ai primi 4 e il corrispondente in denaro di metà abbonamento agli altri?

Numeri interi relativi

Enunciazione
In una situazione concernente i numeri interi relativi, saper rispondere a domande che implicano:
- calcoli con questi numeri (le quattro operazioni e l'elevazione a potenza con esponente naturale, calcolo di espressioni numeriche);
- la loro rappresentazione sulla retta numerica (in particolare il confronto fra numeri relativi);
- la rappresentazione di punti con coordinate intere sul piano cartesiano;
- l'addizione algebrica.

Esempi

1) Calcola:
I) $\left[(-10)\cdot(+7)\right] : (-5) - (-21)$
II) $\left[(+2)^3 \cdot (-3)^2 + (-4)^3\right] : (-8)$
III) $7 - 3 \cdot 5 - 2^2 - \left(-3 - 4^2\right) \cdot (-2)$
IV) La somma di tutti i numeri interi dispari da –7 a +9 (questi due numeri compresi)
V) Quanti sono gli elementi dell'insieme $\{x \in \mathbf{Z} - 571 < x < 384\}$

2) Rappresentare nel piano, rispetto a un riferimento **Z**x**Z**, il quadrilatero di vertici A(–5; –2), B(8; –6), C(10; 4), D(–2; 9), e calcolare la sua area (rispetto all'unità u2 dove u è l'unità scelta per gli assi).

Atletica

Ugo è un atleta molto competitivo e partecipa alle gare di corsa dei *3000 siepi* e del *salto in lungo*

.

Ecco la classifica della gara del salto in lungo:

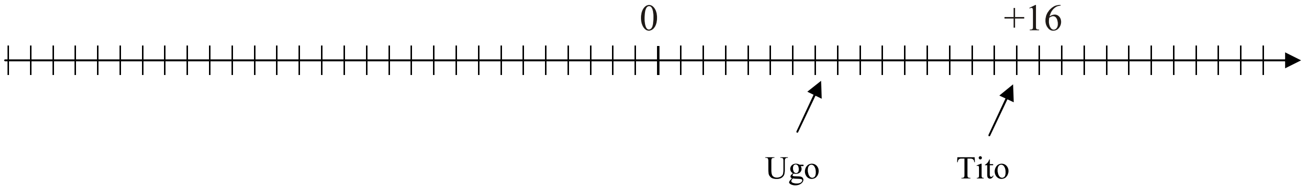
Pos.	Nome	Prestazione (in metri)	Prestazione (in cm)	Differenze rispetto al primo (in cm)	Differenze rispetto ad Ugo (in cm
1	Andrea	5,84	584	0	
2	Sandro	5,73	573	− 11	
3	Tito	5,69	569	15	+16
4	Ugo	5,53	553	− 31	0
5	Lorenzo	5,48	548	− 36	
6	Michele	5,12	512	− 72	

7	Ilario	5,11	511	− 73	
8	Massimo	4,77	477	− 107	

Ugo, per capire meglio come è andata la sua gara rispetto ai suoi avversari, completa la tabella dei risultati con l'ultima colonna, dove scrive le differenze dei risultati dei suoi avversari rispetto alla propria prestazione.

a) Completa la tabella.

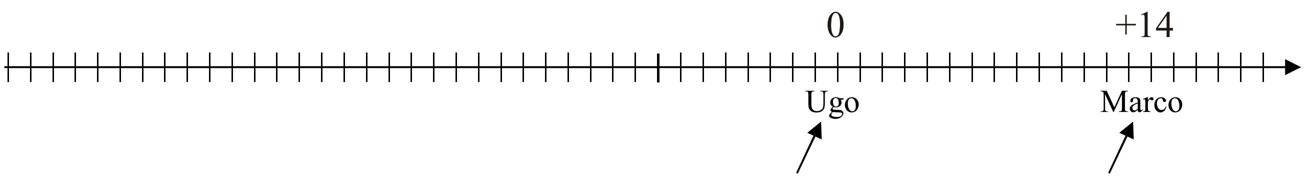
b) Ugo, per avere un'idea ancora migliore, vuole rappresentare le prestazioni ottenute dai propri avversari su una retta, prendendo come punto di partenza (lo 0) la propria prestazione. Rappresenta in modo corretto sulla retta i risultati dei suoi avversari.



Ecco la classifica della gara di corsa dei 3000 siepi:

Pos.	**Nome**	**Prestazione (in min e sec)**	**Prestazione (in sec)**	**Differenze rispetto al primo (in sec)**	**Differenze rispetto ad Ugo (in sec)**
1	Andrea	8'56''		0	
2	Sandro	9'16''			
3	Tito	9'25''			
4	Ugo	9'30''			
5	Lorenzo	9'32''			
6	Michele	9'58''			− 26
7	Ilario	10'02''			0
8	Massimo	10'12''			

Ugo, per capire meglio come è andata la sua gara rispetto ai suoi avversari, completa la tabella dei risultati con l'ultima colonna, dove scrive le differenze dei risultati dei suoi avversari rispetto alla propria prestazione (come nel caso precedente).
a) Completa la tabella.
b) Come per il salto in lungo, Ugo vuole rappresentare le prestazioni ottenute dai propri avversari su una retta, prendendo come punto di partenza (lo 0) la propria prestazione. Rappresenta in modo corretto sulla retta i risultati dei suoi avversari.



c) Ugo, durante la corsa, è caduto nell'acqua due volte (perdendo ogni volta 7 secondi) ed ha dovuto fermarsi una volta ad allacciarsi le stringhe … (perdendo 17 secondi).
Secondo lui senza questi episodi avrebbe raggiunto il podio. Cosa ne pensi?

Trova i numeri

Domanda 1: quante coppie di *numeri interi a* e *b* esistono tali per cui
$a - b = 13$
Risposta: • se consideriamo a=+16 e b=+3 l'uguaglianza è verificata. In effetti:
(+16) − (+3) = 13
• se consideriamo a=+8 e b=−5 l'uguaglianza è verificata?
…………………………………………………………………………………………………
………
• se consideriamo a=−14 e b=−27 l'uguaglianza è verificata?
…………………………………………………………………………………………………
………
Si può intuire facilmente che la risposta alla *Domanda 1* è:
…………………………………………………………………………………………………
………
Domanda 2: quante coppie di *numeri interi a* e *b* esistono tali per cui
$a^2 + a \cdot b + b^2 = 19$
Risposta: • se consideriamo a=+2 e b=+3 l'uguaglianza è verificata. In effetti:
…………………………………………………………………………………………………
………
• se consideriamo a=−2 e b=+3 l'uguaglianza è verificata?
…………………………………………………………………………………………………
………
• se consideriamo a=−2 e b=−3 l'uguaglianza è verificata?
…………………………………………………………………………………………………
………
• se consideriamo a=−3 e b=−2 l'uguaglianza è verificata?
…………………………………………………………………………………………………
………
La risposta alla *Domanda 2* è difficile … si può comunque dimostrare che esistono solo 12 coppie di numeri interi *a* e *b* che soddisfano l'uguaglianza data. Eccone alcune:
a=+2 e b=+3 (già verificata)
a=−2 e b=−3 (già verificata)
a=−3 e b=−2 (già verificata)
a=+2 e b=−5 (da verificare)
a=+3 e b=−5 (da verificare)
Grazie a queste soluzioni è possibile risalire alle 7 coppie mancanti.
Trovale, verificandole ogni volta con tutti i passaggi necessari.
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………