|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| INSIEME DEI RAZIONALI ASSOLUTI | | |
| UN PO’ DI STORIA | | |
| Gli egizi sono stati fra i primi ad aver utilizzato la nozione di frazione, da essi sempre utilizzata con numeratore uguale ad uno (frazioni unitarie). La frazione ordinaria di un numero fu un vero e proprio sconvolgimento apportato alla nozione primitiva del numero (cardinale e ordinale).In papiri egizi che risalgono al XIX sec. A.C. , le frazioni compaiono in problemi pratici, quali ad esempio : “ Come dividere 2 pani fra 4 persone? Quale parte di pane va ad ognuno? “  Risolvevano trasformando nella somma di più unità frazionarie, cioè di frazioni che hanno 1 come numeratore.  Nell’unità frazionaria gli egizi vedevano qualcosa di concreto, tanto che non scrivevano  ma solo i numeri 2, 3, 4 sormontati da una specie di ovale allungato    Nel Papiro di Rhind sono esposte le regole per il calcolo delle frazioni (comunemente chiamate "**frazioni egiziane**") con cui si è risolto il problema delle parti decimali.  Il fatto di operare con frazioni unitarie è una caratteristica singolare della matematica egizia. Per questo motivo una frazione scritta coma somma di distinte frazioni unitarie è chiamata *FRAZIONE EGIZIA*. | Una leggenda egizia diceva che  "Seth aveva strappato a Horus l'occhio sinistro e glielo aveva ridotto in pezzi, ma Thot riuscì a ricomporlo".  **Horus**, noto anche come Ra, il dio del cielo e del sole, aveva testa di falco e i suoi attributi erano la luce e la misericordia. Nelle tombe reali sono stati rinvenuti spesso amuleti che riproducono l'occhio del dio, il cui scopo era proteggere il defunto nell'aldilà. Si trattava inoltre di un emblema della regalità: gli antichi egizi ritenevano l'occhio di horus un simbolo di indistruttibilità in grado di favorire la rinascita, motivo forse per cui è stato ritrovato anche sotto il dodicesimo strato di bende che avvolgevano la **mummia di Tutankhamon**.  Gli antichi egizi usavano le parti del simbolo dell'Occhio di Horus per descrivere le frazioni.    Il disegno mostra quale frazione indica ogni parte dell'occhio. | Passa un lungo periodo che attraversa civiltà come quella greca, quella romana e quella araba, ma il calcolo delle frazioni non progredisce perché è intralciato dalla mancanza di un simbolismo snello. Solo nel 1494 troviamo le regole sulle operazioni con le frazioni in uno dei primi libri stampati ad opera del matematico italiano Luca Pacioli.  Una curiosità: la linea orizzontale che compare nella frazione era chiamata *virgola*, che in latino significa “ piccola verga “ , cioè “ bastoncino “. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| MOLTIPLICAZIONE E DIVISIONE NELL’ANTICO EGITTO | | |
| Moltiplicazione  Gli egizi ricorrevano alla moltiplicazione per 2 con un sistema di calcolo lento ma che non esigeva alcuno sforzo di memoria per ricordare la tavola pitagorica.  Con un esempio cerchiamo di capire il procedimento: calcoliamo 13 • 7  Si compila una tabella scrivendo 1 e 7 , si raddoppiano ogni volta e tra i raddoppi successivi di 1 si scelgono quelli la cui somma dia 13. La somma dei corrispondenti raddoppi di 7 da il risultato della moltiplicazione.  13=1+4+8  13 • 7 = 7 + 28 + 56 = 92 | Divisione  La divisione segue un procedimento analogo a quello visto per la moltiplicazione. Infatti, nell'aritmetica egizia, queste due operazioni sono strettamente collegate.      Nel papiro di Rhind, una divisione del tipo *x : y* è preceduta dalle parole "fare calcoli con *y* per ottenere *x*". Quindi uno scriba, invece di pensare di dividere *y* per *x*, si sarebbe chiesto: partendo da *x*, quante volte dovrei addizionare questo numero a se stesso per ottenere *y* ?      La procedura equivale, quindi, a un esercizio di moltiplicazione,  vediamolo con un esempio :  696 : 29  Consideriamo i raddoppi di 29 :   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | 1 | 29 |  | |  | 2 | 58 |  | |  | 4 | 116 |  | | \* \* | 8 | 232 | \* | | \* \* | 16 | 464 | \* |   Ci siamo fermati al 16 perché il raddoppiamento ci avrebbe portati oltre al 696 ( infatti 32 x 29 = 928).  Osserviamo che la somma degli ultimi due termini  (indicati con \*)  dà esattamente  696; considerando il lato sinistro,  vediamo che ciò corrisponde a prendere esattamente  24 (= 8+16) volte il 29.  Quindi:  696 : 29 = 24. | Divisione con le frazioni  Vediamo ora un esempio di divisione , tratta dal Papiro di Rhind, che utilizza le frazioni:                   Dividere 35 per 8:   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | 1 | 8 | |  | 2 | 16 | | \* | 4 | 32 | |  | 1/2 | 4 | | \* | 1/4 | 2 | | \* | 1/8 | 1 |   4+1/4+1/8 35   Come si vede, oltre ai "raddoppi" dell'8, si riportano anche i suoi "dimezzamenti", e si utilizzano anch'essi per ottenere la somma 35 (a destra), mentre a sinistra si ottiene il risultato, la cui parte frazionaria è espressa tramite le frazioni del tipo 1/2. Quindi:   35 : 8 = 4 + 1/4 + 1/8  (in decimali = 2,375) . |

|  |
| --- |
| **Le frazioni ci permettono di risolvere il problema del resto in una divisione.** In certi problemi può essere richiesto un risultato esatto o un'approssimazione molto precisa. |
| **Le frazioni sono dei quozienti esatti di due numeri naturali, con il secondo diverso da zero.** |
| **Il dividendo prende il nome di *numeratore*, il divisore quello di *denominatore*** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **INSIEME Q** | | |
| E’ l’insieme dei numeri razionali: la lettera Q sta per QUOZIENTE | Sono tutti i numeri generati da divisioni che possiamo scrivere sotto forma di frazioni : la linea di frazione indica la divisione | La divisione può generare:  1) un numero intero FRAZIONE APPARENTE ( dividendo multiplo del divisore)    2) un numero minore di 1 FRAZIONE PROPRIA (dividendo minore del divisore)    3)un numero maggiore di 1 FRAZIONE IMPROPRIA (dividendo maggiore del divisore) |
| PROPRIETA’ | E’ un insieme infinito  Qa  indica l’insieme dei razionali assoluti  E’ un insieme ordinato perché i suoi elementi formano una successione crescente da -∞ a + ∞  Essendo delle divisioni vale la proprietà INVARIANTIVA | Q  + ¾    -7/3  Z  -2 N      - 1  - 3  4 0 |
| FRAZIONI EQUIVALENTI | Sono frazioni che indicano lo stesso quoziente  Si ottengono dall’applicazione della proprietà invariantiva: moltiplico numeratore e denominatore per uno stesso numero, diverso da zero. | ■■□  per 2 diviso 2  ■■■■□□ |
| FRAZIONI IRRIDUCIBILI | Sono frazioni con numeratore e denominatore primi tra di loro: l’unico divisore comune è 1  Una frazione irriducibile si dice RIDOTTA AI MINIMI TERMINI |  |
| SEMPLIFICAZIONE | Applicazione della proprietà invariantiva: si ottengono frazioni ridotte ai minimi termini.  Si usa nel prodotto tra frazioni | 18 3  24 4 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| TRASFORMAZIONE di una frazione in una equivalente con denominatore assegnato | | Il denominatore assegnato deve essere un multiplo del denominatore della frazione.  Regola: si moltiplicano il numeratore e il denominatore della frazione per il quoziente fra il denominatore assegnato e quello della frazione.  Se voglio trasformare più frazioni allo stesso denominatore , trovo un multiplo comune a tutti i denominatori delle frazioni: è il **m.c.m.** e uso questa procedura nella somma di due o più frazione | | Vogliamo trasformare la frazione  in un’altra con denominatore 21  21 : 7 = 3 | |
| CONFRONTO TRA FRAZIONI | | 1. Frazioni equivalenti sono uguali. 2. Una frazione propria è minore di una frazione impropria. 3. Se il denominatore è lo stesso, è minore quella con numeratore minore. 4. Negli altri casi applica la procedura che trovi nella colonna a fianco | | 4)  moltiplica il 3, numeratore della prima frazione, con il 9, denominatore della seconda frazione;  moltiplica il 7, numeratore della seconda frazione, con il 5, denominatore della prima frazione;  3 • 9 = 27 questo lo riferiamo alla prima frazione  7 • 5 = 35 questo lo riferiamo alla seconda frazione  Confronta i due prodotti 27 < 35 , allora | |
| LE OPERAZIONI | | | | |
| ADDIZIONE  ( SOTTRAZIONE ) | 1) Le frazioni hanno lo stesso denominatore: ciò vuol dire che hanno la sessa unità frazionaria e la somma esprime quante volte essa si ha  ■■□□□□□□□  ■■■□□□□□□  2) Le frazioni non hanno lo stesso denominatore: ciò vuol dire che non hanno la sessa unità frazionaria. In questo caso si trasformano in frazioni ad esse equivalenti ma con lo stesso denominatore (vedi la parte sulla trasformazione)  Come denominatore comune si sceglie il m.c.m. Vediamo con un esempio la procedura più veloce  ■■□□□□□□□ | | m.c.m.(9,2)=18  +  In pratica, una volta trovato il m.c.m. lo devi divedere per ogni denominatore e il risultato lo moltiplichi per il numeratore | |
| OSSERVAZIONI | Se un addendo è un numero intero, ricorda che il denominatore è 1 : la somma tra un numero intero e una parte frazionaria si chiama **numero misto**. | |  | |
| MOLTIPLICAZIONE | REGOLA **Il prodotto di due o più frazioni è una frazione che ha come numeratore il prodotto tra i numeratori e come denominatore il prodotto dei denominatori.**  Se osservi che tra un numeratore e un denominatore, anche di frazioni diverse, c’è un divisore comune, applica la SEMPLIFICAZIONE prima di moltiplicvare | |  | |
| INVERSO o RECIPROCO | Se scambi il numeratore di una frazione con il suo denominatore ottieni la **frazione inversa.**  Due frazioni si dicono **inverse** o **reciproche** se il loro prodotto è **1** | |  | |
| DIVISIONE | **REGOLA. La prima frazione per l’inversa della seconda** | |  | |
| POTENZA | **REGOLA : la potenza di una frazione si calcola eseguendo la potenza dei suoi termini** (proprietà distributiva) | |  | |
| OSSERVAZIONE | Tutte le proprietà studiate nell’ insieme dei naturali e le regole di calcolo studiate nell’insieme degli interi relativi valgono nell’insieme Q | | Ricorda che la potenza di un numero non nullo con esponente zero è 1. | |

|  |
| --- |
| Un po’ di letteratura: LAMENTO DECIMALE di Gianni Rodari |
| A destra della virgola,  cagion dei nostri mali,  noi siamo, ahi tristi,ahi mesere,  le cifre decimali.  Numeri? Noi siam polvere!  Se in mille ci mettiamo  una sull’altra, è inutile,  l’unità non tocchiamo.  Della tribù aritmetica,  sì numerosa e varia,  siam certo i più poveri,  trattati come paria.  Centinaia,decine,  ci tengono a distanza:  Quelli? Rottami, briciole,  cocci, roba che avanza…  Se uno scolaro pietoso  la virgola cancella  salva noi, però in cambio  si gioca la pagella … |